Тема: Правила и формулы дифференцирования.

**Понятие производной**

Пусть  – некоторая функция, определенная на промежутке (a; b) и  - некоторая фиксированная точка этого промежутка. Возьмем произвольное значение x из промежутка (a; b) и составим разность x -. **Разность** *x -* **называют приращением независимой переменной (или приращением аргумента)** функции  в точке  и обозначают:

= *x -* (1)

**Приращением функции ** в точке  называют разность между значением функции в точке и значением функции в точке  и обозначают :

=  (2).

Т.к. точка  считается фиксированной, приращением функции  является функцией приращения аргумента .

Составим отношение

,

которое также будет функцией приращения аргумента ; и рассмотрим предел этого выражения при , стремящемся к нулю:

 .

Если этот предел существует, то говорят, что функция  имеет производную в точке , и пишут:

 (3).

**Число  называется производной функции в точке .**

**Нахождение производной называется дифференцированием функции.**

Если существует предел (3), также говорят, что функция  **дифференцируема** в точке .

Если функция  дифференцируема в каждой точке промежутка (a; b), то говорят, что она дифференцируема в промежутке (a; b).

Производная функции , дифференцируемой в промежутке (a; b), сама является функцией x.

**Физический смысл производной**

Пусть материальная точка движется по прямой под действием некоторых сил, не меняя направления своего движения, и пусть S(t) - расстояние, пройденное точкой от некоторого момента времени, который принят за нулевой, до момента t. Выберем какой-либо момент времени и рассмотрим промежуток времени  от момента  до момента . За этот промежуток времени точка пройдет некоторый путь, который обозначим . Этот путь есть функция . По известному из физики определению отношение / есть средняя скорость движения точки за время . Будем рассматривать все меньшие и меньшие промежутки , устремляя к нулю.

***Предел  называется мгновенной скоростью точки в момент времени .***

Производная характеризует мгновенную скорость прямолинейного движения. Однако этим не исчерпывается использование производной. Производная имеет самые широкие практические применения в вопросах физики, химии, геометрии и т.д. При изучении неравномерно меняющихся величин скорость их изменения всегда выражается с помощью производной (мгновенная скорость распада радиоактивных веществ, мгновенная мощность, коэффициент сжатия жидкости при данном давлении, угловая скорость в данный момент времени, сила тока, теплоемкость при данной температуре).

Понятие скорости, заимствованное из физики, удобно при исследовании поведения любой функции. Какую бы зависимость ни выражала функция , отношение  есть средняя скорость изменения функции  относительно изменения аргумента *х,* а  - мгновенная скорость изменения функции  при некотором значении .

**Геометрический смысл производной**

Геометрическая интерпретация производной, впервые данная в конце XVIIв. Лейбницем, состоит в следующем: *значение производной функции  в точке* *х равно угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в той же точке х, то есть .*

**

 *рис.1*

Пусть нам дана линия  и на ней точка (рис.1). Возьмем на этой же линии вторую точку, не совпадающую с *М, * и .

Прямая *MN* - секущая для линии . Пусть *точка*  *N* стремится к точке *M*, оставаясь на линии . Тогда каждому положению точки *N* будет соответствовать своя секущая и все эти секущие будут проходить через точку *M.*

***Касательной*** *к линии  в точке M называется предельное положение MК секущей MN при стремлении точки N к точке М.*

Пусть – некоторая функция, дифференцируемая в точке . В декартовой прямоугольной системе координат точка *М* (рис.2), лежащая на графике функции  и имеющая абсциссу , имеет координаты . Пусть точка N принадлежит графику функции и имеет координаты . Проведем через точку *М* прямую, параллельную оси *OX*, и обозначим точку пересечения этой прямой и прямой  через точку *Р.* Рассмотрим прямоугольный треугольник . Отношение



равно тангенсу угла наклона секущей *MN* к положительному направлению оси *OX.*

Если , то геометрически , а угол  к углу наклона касательной к положительному направлению оси *OX* .

**

 при .

**  и 

* (1),*

то есть значений функции в точке равно тангенсу угла наклона касательной.

Используя формулу (1), уравнение касательной к графику функции , проходящей через точку с координатами , можно записать в виде , или , так как .

|  |
| --- |
| **- уравнение касательной к графику функции**  |

**Правила и формулы дифференцирования**

****











Видеоуроки по теме

<https://resh.edu.ru/subject/lesson/3954/main/201015/>

<https://infourok.ru/videouroki/1212>