На 16.03.2020

**Практическое занятие №32.** Числовая последовательность. Предел последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Цель работы: формировать навыки вычисления членов последовательностей, пределов последовательностей.

**Теоретические сведения:**

Функция у=f (n) натурального аргумента n (n=1; 2; 3; 4;...) называется числовой последовательностью.

Существуют следующие способы задания числовой последовательности:

1. *Словесный способ.* Представляет собой закономерность или правило расположения членов последовательности, описанный словами.
2. *Аналитический способ.* Последовательность задается формулой n-го члена: уn=f(n). По этой формуле можно найти любой член последовательности.
3. *Рекуррентный способ.*  Задается формула, по которой каждый следующий член находят через предыдущие члены. В случае рекуррентного способа задания функции всегда дополнительно задается один или несколько первых членов последовательности.

Числовую последовательность называют *возрастающей*, если ее члены возрастают (уn+1уn) и убывающей, если ее члены *убывают* (уn+1n).

Возрастающая или убывающая числовые последовательности называются *монотонными*.

Пусть Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_1.png – точка прямой, а Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_2.png – положительное число. Интервал Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_3.png называется окрестностью точки Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_1.png, а число Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_2.png − радиусом окрестности.

Рассмотрим числовую последовательность, общий член которой приближается к некоторому числу b при увеличении порядкового номера *n*. В этом случае говорят, что числовая последовательность имеет предел. Это понятие имеет более строгое определение.

Число b называют пределом последовательности (уn), если в любой заранее выбранной окрестности точки b содержат все члены последовательности, начиная с некоторого номера

Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_6.png.

Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_7.png

***Теорема 1*** Если Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_8.png, Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_9.png, то:

1. Предел суммы/разности двух последовательностей равен сумме/разности пределов от каждой из них, если последние существуют:

Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_10.png;

1. Предел произведения двух последовательностей равен произведению пределов от каждой из них, если пределы сомножителей существуют:

Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_11.png;

1. Предел отношения двух последовательностей равен отношению пределов от каждой из них, если эти пределы существуют и предел знаменателя не равен нулю:

Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_12.png;

1. Постоянный множитель можно вынести за знак предела:

Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_13.png.

Для любого натурального показателя m и любого коэффициента k справедливо соотношение:

Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_14.png.

Для любого натурального показателя m и любого коэффициента k справедливо соотношение:

Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_15.png.

***Теорема 1*** Если Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_16.png, Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_17.png, то:

1. Предел суммы/разности двух функций равен сумме/разности пределов от каждой из них, если последние существуют:

Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_18.png;

1. Предел произведения двух функций равен произведению пределов от каждой из них, если пределы сомножителей существуют:

Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_19.png;

1. Предел отношения двух функций равен отношению пределов от каждой из них, если эти пределы существуют и предел знаменателя не равен нулю:

Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_20.png;

1. Постоянный множитель можно вынести за знак предела:

Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_21.png.

Функцию у=f(x) называют непрерывной в точке x=a, если предел функции у=f(x) при стремлении x к a равен значению функции в точке х=а.

Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_22.png.

***Первый замечательный предел: Описание: https://fsd.multiurok.ru/html/2018/03/18/s_5aae21ac430b2/862533_23.png***.

Бесконечно убывающей геометрической прогрессией называется геометрическая прогрессия, знаменатель которой удовлетворяет условию .

Формула суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии:

**Задания для выполнения:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Вариант 1** | **Вариант 2** |
| Запиши первые пять членов последовательности, если общая формула последовательности:  an=0,4n.    Ответ:  а1=   a2=   a3=   a4=   a5= | Запиши первые пять членов последовательности, если общая формула последовательности:  an=0,8n.    Ответ:  а1=   a2=   a3=   a4=   a5= |
| Начало формы  Дана последовательность:2,3,5,8,13,... .  Тринадцатый член этой последовательности равен:    Конец формы | Начало формы  Последовательность задана следующим образом: 2,3,5,8,13,... . Восьмой член этой последовательности равен:  Конец формы |
| Найди три первые члена последовательности  an=(−1)7n +7n и вычисли их сумму.  Ответ:  a1=  a2=  a3=  S3= | Найди три первые члена последовательности  an=(−1)14n +14n и вычисли их сумму.  Ответ:  a1=  a2=  a3=  S3= |
| Вычисли три последующих члена последовательности, если a1=6 и an=3⋅an−1+3   Ответ:  a2 =   a3 =   a4 = | Вычисли три последующих члена последовательности, если a1=3 и an=3⋅an−1+3   Ответ:  a2 =   a3 =   a4 = |
| Дана последовательность, у которой  a1=7   a2=8 и an=2⋅an−2−an−1.  Вычисли четвертый член последовательности.  Ответ:  Четвертый член последовательности равен . | Дана последовательность, у которой  a1=13   a2=6 и an=3⋅an−2− an−1.  Вычисли четвертый член последовательности.  Ответ:  Четвертый член последовательности равен . |
| По заданной формуле n-го члена вычисли первые три члена последовательности  (yn).  yn=8n2−2n.    Ответ:  y1=    y2=    y3= | По заданной формуле n-го члена вычисли первые три члена последовательности  (yn).  yn=3n2−2n.    Ответ:  y1=    y2=    y3= |
| Укажи номер члена последовательности  равного    n= | Укажи номер члена последовательности  равного    n= |
| **2. Вычисли пределы последовательностей** |
|  |  | |
| **3. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия** | | |
| Найди сумму геометрической прогрессии (bn), если: b1=7,q=0,5 | Найди сумму геометрической прогрессии (bn), если: b1=6,q=0,2 | |
| Вычисли знаменатель q и сумму S геометричес-кой прогрессии (bn) если: b1=6, b2=5. | Вычисли знаменатель q и сумму S геометричес-кой прогрессии (bn) если: b1=11, b2=10. | |
| Найди знаменатель q геометрической прогрессии (bn) если:  S=11, b1=12. | Найди знаменатель q геометрической прогрессии (bn) если:  S=9, b1=14. | |
| Вычисли первый член b1 геометрической прогрессии (bn), если:  S=8 и q=0,1. | Вычисли первый член b1 геометрической прогрессии (bn), если:  S=5 и q=0,9. | |
| Найди  4-й член геометрической прогрессии (bn), если:  S=16 q=1/4 | Найди  5-й член геометрической прогрессии (bn), если:  S=32 q=1/8 | |