**Практическое занятие №44.** Виды симметрий в пространстве. Симметрия многогранников.

**Основные теоретические сведения.**

**Движением называется преобразование, при котором сохраняются расстояния между точками.**

Под движением пространства понимается отображение пространства на себя, при котором любые две точки A и B переходят (отображаются) в некие точки A1 и B1 так, что |AB|=|A1B1|.

 **При движении в пространстве**

 - прямые переходят в прямые,

- полупрямые — в полупрямые,

- отрезки — в отрезки,

- сохраняются углы между прямыми.

**Виды движения в пространстве**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Центральная симметрия (симметрия относительно точки): | 2. Осевая симметрия (симметрия относительно прямой): |
| 3. Зеркальная симметрия (симметрия относительно плоскости):  | 4. Параллельный перенос (точки переносятся на данный вектор):  |
| 5. Поворот на данный угол вокруг данной точки: |

|  |  |
| --- | --- |
| image | **Пример 1.** Если в этой координатной системе дана точка *A*(1;8;10), то в… 1. …центральной симметрии относительно начала координат точка *A* переходит в точку *A*0(−1;−8;−10).                2. …осевой симметрии относительно оси *Ox* точка *A* переходит  в точку *Ax*(1;−8;−10).                                       оси *Oy* точка *A* переходит  в точку *Ay*(−1;8;−10).                                    оси *Oz* точка *A* переходит  в точку *Az*(−1;−8;10).                                         3. …в зеркальной симметрии относительно координатной плоскости (*xOy*) точка *A* переходит  в точку *Axoy*(1;8;−10).                                   координатной плоскости (*yOz*) точка *A* переходит  в точку *Ayoz*(−1;8;10).                                  координатной плоскости (*xOz*) точка *A* переходит  в точку *Axoz*(1;−8;10). |

***Симметрия*** – **это закономерная повторяемость элементов (или частей) фигуры или какого-либо тела, при которой фигура совмещается сама с собой при некоторых преобразованиях (вращение вокруг оси, отражение в плоскости).**

 Понятие симметрии включает в себя такие понятия, как: *ось симметрии, центр симметрии и плоскость симметрии.*

**1) Ось симметрии** - воображаемая ось, при повороте вокруг которой на некоторый угол, фигура совмещается сама с собой в пространстве ($α)$

**2) Центр симметрии** - это точка внутри многогранника, в которой пересекаются и делятся попо­лам прямые, соединяющие одинаковые элементы многогранника (грани, рёбра, углы) (С).

**3) Плоскость симметрии** делит многогранник на 2 зеркально равные части (Р).

**Симметрия в кубе.**

|  |  |
| --- | --- |
| **а) Центр симметрии (центр куба)** - точка пресечения диагоналей куба. | Описание: Рис. 4 |
| **б) Плоскости симметрии (9):** 1) 3 плоскости симметрии, проходящие через середины парал­лельных ребер; 2) 6 плоскостей симметрии, проходящие через противолежащие ребра. | Описание: Рис. 5 |
| **в) Оси симметрии (13):** 1)3 оси, проходящие через центры противолежащих граней; 2) 4 оси сим­метрии, проходящие через противолежащие вершины; 3) 6 осей, проходящие через середины про­тиволежащих рёбер. | Описание: Рис. 6 |

**Симметрия в параллелепипеде.**

|  |  |
| --- | --- |
| **а) Центр симметрии -** точка пересечения диагоналей прямоугольного парал­лелепипеда. | Описание: Рис. 7 |
| **б) Плоскость симметрии.**  3 плоскости симметрии, проходящие через середины параллельных рё­бер. | Описание: Рис. 8 |
| **в) Оси симметрии.** 3 оси симметрии, проходящие через точки пересечения диагоналей противоле­жащих граней | Описание: Рис. 9 |

**Симметрия в призме.**

|  |  |
| --- | --- |
| **1) Симметрия прямой призмы.** Одна плоскость симметрии, проходящая через середины боковых рёбер. | Описание: Рис. 11 |
| **2) Симметрия правильной призмы.****а) Центр симметрии**. При чётном числе сторон основания центр симметрии - это точка пересече­ния диагоналей правильной призмы. | Описание: Рис. 12 |
| **б) Плоскости симметрии:** 1) плоскость, проходящая через середины боковых рёбер; 2) при чётном числе сторон основания - плоскости, проходящие через противолежащие рёбра. | Описание: Рис. 13 |
| **в) Ось симметрии**: а) при чётном числе сторон основания - ось симметрии проходит через центры оснований; б) оси симметрии, проходящие через точки пресечения диагоналей противолежащих боковых граней. | Описание: Рис. 14Описание: Рис. 14 |

**Симметрия в пирамиде.**

|  |  |
| --- | --- |
| **а)  Плоскости симметрии:** при четном числе сторон основания — а) плоскости, проходя­щие через противолежащие боковые ребра, и б) плоскости, проходящие через медианы, проведенные к основанию противолежащих боковых граней. | Описание: Рис. 15 |
| **б) Ось симметрии:** при четном числе сторон основания — ось симметрии проходит через вершину правильной пирамиды и центр основания.  | Описание: Рис. 16 |

**Задания для выполнения**

|  |  |
| --- | --- |
| **Вариант 1** | **Вариант 2** |
| В координатной системе дана точка A(2;11;16).Определи координаты точек, в которые переходит точка A в… 1. …центральной симметрии относительно начала координат: ;; 2. …осевой симметрии относительно оси Ox: ;; оси Oy: ;; оси Oz: ;; 3 …в зеркальной симметрии относительно координатной плоскости (xOy): ;; координатной плоскости (yOz): ;; координатной плоскости (xOz): ;; | В координатной системе дана точка A(11;4;4).Определи координаты точек, в которые переходит точка A в… 1. …центральной симметрии относительно начала координат: ;; 2. …осевой симметрии относительно оси Ox: ;; оси Oy: ;; оси Oz: ;; 3 …в зеркальной симметрии относительно координатной плоскости (xOy): ;; координатной плоскости (yOz): ;; координатной плоскости (xOz): ;; |
| Дан куб ABCDA1B1C1D1. Описание: Cube.png 1. С помощью каких движений вершиныB,B1,C1,C переходят соответственно в вершины A,A1,D1,D? * симметрия относительно оси
* все названные движения
* симметрия относительно точки
* симметрия относительно плоскости
* ни одно из названных движений
* параллельный перенос

 2. С помощью каких движений вершиныA1,B1,C1,D1  переходят соответственно в вершины C,D,A,B? * все названные движения
* симметрия относительно оси
* параллельный перенос
* симметрия относительно точки
* симметрия относительно плоскости
* ни одно из названных движений

 3. С помощью каких движений вершины A,B,C,D переходят соответственно в вершины C,B,A,D? * ни одно из названных движений
* симметрия относительно плоскости
* параллельный перенос
* симметрия относительно точки
* симметрия относительно оси
* все названные движения
 | Дан куб ABCDA1B1C1D1. Описание: Cube.png 1. С помощью каких движений вершиныB,B1,C1,C переходят соответственно в вершины A,A1,D1,D? * симметрия относительно плоскости
* все названные движения
* симметрия относительно оси
* параллельный перенос
* ни одно из названных движений
* симметрия относительно точки

 2. С помощью каких движений вершиныA,A1,B1,B  переходят соответственно в вершины C1,C,D,D1? * симметрия относительно точки
* симметрия относительно плоскости
* ни одно из названных движений
* все названные движения
* параллельный перенос
* симметрия относительно оси

 3. С помощью каких движений вершины D,D1,C1,C переходят соответственно в вершины C1,D1,D,C? * все названные движения
* симметрия относительно плоскости
* ни одно из названных движений
* симметрия относительно оси
* симметрия относительно точки
* параллельный перенос
 |
| Начало формыДан правильный тетраэдр DABC. Описание: Tetraedrs_reg.png 1. С помощью каких движений вершины (ABD) переходят соответственно в вершины A,C,B,D? * все названные движения
* симметрия относительно точки
* симметрия относительно плоскости
* ни одно из названных движений
* параллельный перенос
* симметрия относительно оси

 2. С помощью каких движений все точки грани (ABD) переходят в точки этой же грани (грань отображается на себя)? * ни одно из названных движений
* симметрия относительно плоскости
* параллельный перенос
* симметрия относительно точки
* симметрия относительно оси
* все названные движенияКонец формы
 | Дан правильный тетраэдр DABC. Описание: Tetraedrs_reg.png 1. С помощью каких движений вершины (ACD) переходят соответственно в вершины A,C,B,D? * ни одно из названных движений
* параллельный перенос
* симметрия относительно точки
* симметрия относительно оси
* все названные движения
* симметрия относительно плоскости

 2. С помощью каких движений все точки грани (ACD) переходят в точки этой же грани (грань отображается на себя)? * симметрия относительно точки
* симметрия относительно оси
* все названные движения
* симметрия относительно плоскости
* параллельный перенос
* ни одно из названных движений
 |
| Начало формыТочка A(−3;−8;−8) в центральной симметрии относительно центра C переходит в точку B(1;4;1).Определи координаты точки C . Ответ: C(;;)Конец формы | Точка A(−2;9;1) в центральной симметрии относительно центра C переходит в точку B(1;−3;−1).Определи координаты точки C . Ответ: C(;;) |
| 2. Сколько плоскостей симметрии имеет октаэдр? Описание: Oktaedrs.png | 2. Сколько плоскостей симметрии имеет правильная четырёхугольная призма? Описание: Prizma.png |
| 1. При каких движениях октаэдр отображается на себя (все точки многогранника переходят в точки этого же многогранника)? Описание: Oktaedrs.png * симметрия относительно плоскости
* симметрия относительно точки
* это не возможно
* параллельный перенос
* симметрия относительно оси
* при всех движениях
 | 2. Сколько плоскостей симметрии имеет правильная четырёхугольная пирамида? Описание: Piram.png |