**Сделать конспект и прислать по адресу** [**PetrovaT.D.1@yandex.ru**](mailto:PetrovaT.D.1@yandex.ru)

Тема: **Применение производной при решении прикладных задач.**

Математические модели успешно применяются в физике, химии, биологии, экономике, помогают увидеть силу межпредметных связей, важную роль математики, дающей мощный аппарат для решения многих задач, которые выдвигаются и успешно решаются в различных областях науки и практики.

***Задача о силе электрического тока.***

Пусть q=q(t)-количество электричества (в кулонах), протекающее через поперечное сечение проводника за время t; количество электричества есть функция времени. Для определения скорости изменения количества электричества с течением времени пользуются понятием силы тока. Обозначим ∆q количество электричества, протекающее через указанное сечение за промежуток времени ∆t от момента t до момента t+∆t.

Отношение называется средней силой тока за время от t до t+∆t и обозначается Jср. В случае постоянного тока Jср будет постоянной. Если в цепи переменный ток, то Jср будет различна для различных промежутков времени. Поэтому для цепи переменного тока вводят понятие силы тока J в данный момент времени t, определив ее как предел средней силы тока за промежуток времени от t до t+∆t, если ∆t→0.

J=, т.е. J(t)=q′(t).

***Задача о скорости химической реакции.***

Пусть дана функция m=m(t), где m - количество некоторого вещества, вступившего в химическую реакцию к моменту времени t. Приращению времени ∆t будет соответствовать приращение ∆m величины m. Отношение -средняя скорость химической реакции за промежуток времени ∆t. Предел этого отношения при стремлении ∆t к нулю, т.е.  есть скорость химической реакции в данный момент времени t, V=m′(t).

Из рассмотренных выше задач, приводящих к понятию производной, следует несколько выводов:

1. Скорость прямолинейного движения есть производная пути S=S(t) по времени t, т.е. V=S′(аналогично ускорение есть производная скорости а=V′). В этом состоит механический смысл производной.
2. Скорость химической реакции есть производная количества вещества m=m(t) по времени t, т.е. V=m′(t).
3. Скорость роста популяции есть производная размера популяции p=p(t) по времени t, т.е. V=p′(t).
4. Скорость роста численности населения есть производная от количества населения А=А(t) по времени t, т.е. V=A′(t).
5. Сила переменного тока J есть производная количества электричества q=q(t) по времени t, т.е. J =q′(t).
6. Угловой коэффициент касательной к кривой y=f(x) в точке с абсциссой х0 есть производная f′(x0). В этом состоит геометрический смысл производной.
7. Производительность труда f(t) есть производная от выработки продукции F(t) по времени t, т.е. f(t)=F′(t).

**Примеры.**

I. Если популяция в момент времени t насчитывает p(t)=3000+100t2 особей (t измеряется в часах), то скорость роста популяции есть p′(t)=200t.

Скорость роста популяции увеличивается со временем.

Если t=5, то скорость роста составляет р′(5)=200·5=1000 особей в час.

Если t=10, то р′(10)=200·10=2000 особей в час.

II. Ракета при движении совершает колебательное движение вокруг своей оси по закону . Найти угловую скорость и ускорение движения в момент времени . Дать характеристику движения.

Решение: 

 (рад/с)

ε

ε (рад/с2)

 неравномерное движение

Ответ: =6 рад/с, ε=18 рад/с2.

III. Пуля, попадая в твердое тело, движется в нем по закону S(t)=ln(1+kV0t), где V0- скорость, с которой пуля входит в тело, k – постоянная положительная величина.

Решение: V(t)=S′(t)

# V(t)=



Ответ: *V*=; *а*=-k∙V2.

IV. Материальная точка движется вдоль оси ОХ согласно закону x(t). Найти скорость и ускорение движения в начальный момент времени. Описать характер движения и схематически изобразить движение материальной точки, если:

а). x(t)=

 (м/с)

  (м/с2)



х



Равнозамедленное движение в сторону, противоположную оси ОХ.

б). 

V(t)=x′(t)=5+t; V(0) 5 (м/с)

*a*(t)=V′(t)=1; *a*=1 (м/с2)



x



Равноускоренное движение в сторону оси ОХ.

в). х(t)=-;

## V(t)=x′(t)=-; V(0)==3,5 (м/с)

*a*(t)=V′(t)=-1,5; *а*=-1,5 (м/с2)



х



Равнозамедленное движение в сторону оси ОХ.

V. Материальная точка движется по прямой. Уравнение движения: S(t)= (м). Найдите ее скорость в момент времени t=3 (c). В какой момент времени ускорение будет равно 9 м/с2?

Решение: а). V(t)=S′(t)=3t2-3t+2;

V(3)=27-9+2=20 (м/с).

б). *a*(t)=V′(t)=6t-3;

6t-3=9; 6t=12; t=2 (с).

Ответ: V(3)=20 м/с; *а*=9 м/с2 в момент времени t=2с.

VI. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси по закону φ(t). Найти угловую скорость и угловое ускорение движения. Дать характеристику движения, если:

### А

 

О 

В



а) φ(t)=12t+4



*Е*(t)=



*Е*=0 Равномерное движение по окружности.

б). φ(t)=5t3+6t



*Е*(t)=



 Неравномерное движение по окружности.

в). φ(t)=2t2+8t



*E*(t)=



 Равнопеременное движение по окружности.

VII. Тело массой 5 кг движется прямолинейно по закону S(t)=(5-t)(2t-6)+50. Найти кинетическую энергию тела через 2 с после начала движения.

Решение: *Е*к=

V(t)=S′(t)=-(2t-6)+2(5-t)=-2t+6+10-2t=-4t+16

V(t0)=-4·2+16=-8+16=8 (м/с)

*Е*к= (Дж)

Ответ: *Е*к=160Дж.

VIII. Материальная точка массой 10 кг движется прямолинейно по закону S(t)=. Найти скорость и силу, действующую на эту точку в момент времени t=1с.

Решение: F=ma

#### V(t)=S′(t)=6t2-5t-7

V(t0)=6-5-7=-6 (м/с)

*a*(t)=12t-5; *a*(t0)=12-5=7 (м/с2)

F=10·7=70 (Н)

Ответ: F=70 H.

IX. Температура тела изменяется в зависимости от времени по закону Т=100-.

а). Какова скорость изменения температуры тела в момент времени t=1с?

б). В какой момент времени скорость изменения температуры равна 40 в секунду?

Решение: а)  (в сек)

б)  (t+1)2=16; t+1=4; t=3 (с)

Ответ: а) скорость изменения температуры 10 в сек.

б) скорость изменения температуры 40 в сек достигается в момент времени 3с.

***Задача 1.*** Составляется электрическая цепь из двух параллельно соединенных сопротивлений. При каком соотношении между этими сопротивлениями, сопротивление всей цепи максимально, если при последовательном соединении этих сопротивлений оно равно 16 Ом?

Решение:

1. Обозначим r – сопротивление электрической цепи, состоящей из двух параллельно соединенных сопротивлений r1и r2. Тогда:



1. Пусть r1=x, тогда r2=16-x (т.к. r1+r2=R при последовательном соединении).
2. 0<x<16
3. Рассмотрим функцию:

r(x)= и найдем наибольшее значение этой функции на интервале (0; 16).

1. r΄(x)=(16-2x); r΄(x)=0; 16-2x=0

x=8

r’(x)

0 + - x

r(x) 8 16

т.max

На интервале (0; 16) функция r(x) и определена и непрерывна и имеет единственную стационарную точку x=8 – т.max. Значит max r(x)=r(8)

(0; 6)

r1=8; r2=16-8=8

Ответ: сопротивление всей цепи максимально, если r1=r2=8 Ом.